Physicité

IPhO : Ondes, interférences et diffraction (corrections)

1 Propagation d'une onde

Exercice 1 : Propagation dans un câble (QCM 2016)

Une seule impulsion est initialement envoyée dans le câble : l'autre impulsion observée correspond au retour de l'impulsion après qu'elle ait été réfléchie par l'extrémité du câble.

On sait qu'une onde se réfléchissant contre une extrémité de son milieu de propagation change de signe : la réponse est donc soit la figure (a) soit la figure (c).

Or, en figure c), on observe que l'onde rélféchie passe en $x = \ell/2$ plus tard qu'en $x = 0$, ce qui est impossible car elle se propage dans le sens des x décroissants. Donc la réponse est (a).

On peut comprendre quantitativement la figure (a) : l'onde est émise à $t = 0\ \mu\text{s}$, prend $0{,}5\ \mu\text{s}$ pour parcourir la moitié du câble, atteint l'extrémité après une durée supplémentaire de $0{,}5\ \mu\text{s}$ et prend enfin $0{,}5\ \mu\text{s}$ de plus pour revenir en $\ell/2$: au total, $1{,}5\ \mu\text{s}$ se sont alors écoulées.

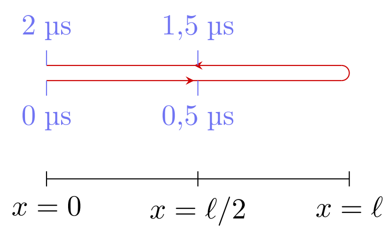

Figure 1 – Parcours de l'onde le long du câble. On a dessiné le retour décalé par rapport à l'aller pour rendre le diagramme lisible, mais les deux parcours sont en réalité confondus.

Exercice 2 : Bang sonique (QCM 2016)

La simplicité apparente de cette question peut interpeler : elle est sûrement plus dure qu'il n'y paraît. Soit c la célérité du son dans l'air. Faisons une petite analogie avec les ondes à la surface de l'eau. Si un bateau va suffisamment vite, on observe qu'un cône de vagues se forme dans son sillage (figure **2**).

Cela vient du fait qu'à chaque instant, l'objet en mouvement crée une onde. Cette onde part de sa position, et, puisque la célérité de l'onde est la même dans toutes les directions, cette onde est sphérique (pour un bateau, la surface de l'eau est en 2D donc l'onde est circulaire). Donc en chaque point, l'objet en mouvement crée une onde circulaire de célérité c (figure **3**(a)). Puisque l'avion est plus rapide que les ondes sonores, le cercle (qui s'agrandit donc) restera derrière lui. Les fronts d'onde vont donc, collectivement, créer un cône.

Quand les ondes qui s'accumulent sont des ondes sonores, l'accumulation donne lieu à un bruit très fort : c'est le « bang sonique ».

On va calculer l'angle θ que fait le cône avec l'horizontale. Supposons que l'avion avance à la vitesse v pendant une durée Δt (figure **3**(b)).

On voit que $\sin(\theta) = \dfrac{c\Delta t}{v\Delta t} = \dfrac{c}{v}$, c'est-à-dire $\theta = \arcsin\left(\dfrac{c}{v}\right) \approx 0{,}841\ \text{rad}$.

Figure 2 – Les ondes émises par un bateau en mouvement peuvent former un cône derrière lui.

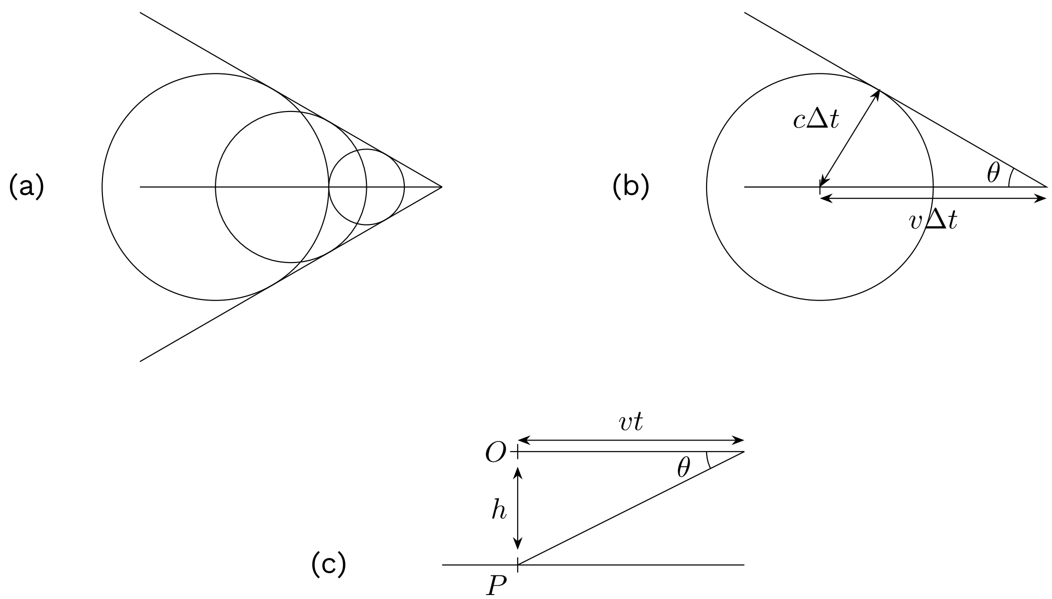

Figure 3 – (a) Ondes circulaires émises par un objet allant plus vite que la célérité des ondes. (b) Croissance d'une onde et mouvement de la source pendant Δt. (c) Progression de l'avion entre l'instant $t = 0$ où il passe à la verticale au dessus de l'observateur et l'instant t où celui-ci entend le bang.

Soient h la hauteur de l'avion, O la position de l'avion à $t = 0$ et P la position de l'observateur (figure **3**(c)). On voit que $\tan(\theta) = \dfrac{h}{vt}$, donc $t = \dfrac{h}{v\tan(\theta)} \approx 2.2s$. La bonne réponse est la réponse (a).

2 Effet Doppler

Exercice 3 : Preuve de la formule de l'effet Doppler

1. Entre deux maxima du signal s'écoule une période, soit l'inverse de la fréquence. Ainsi :

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{f_{\text{ém}}}$$

$$t_4 - t_3 = \frac{1}{f_{\text{reç}}}$$

2. Soit D la distance entre l'émetteur et le récepteur à l'instant t_1. Le maximum est émis à t_1, l'onde doit donc parcourir D avant d'arriver au récepteur, et elle le fait en en un temps $t_3 - t_1$. Donc :

$$t_3 - t_1 = \frac{D}{c}$$

   Le maximum suivant est émis à l'instant t_2. En t_2, l'émetteur s'est rapproché : la distance qui le sépare du récepteur est alors $D - v(t_2 - t_1)$.
   L'onde doit donc, pour arriver au récepteur, parcourir $D - v(t_2 - t_1) = D - v/f_{\text{ém}}$ d'après 1. Donc :

$$t_4 - t_2 = \frac{D - v/f_{\text{ém}}}{c}$$

3.

$$t_4 - t_2 = \frac{D}{c} - \frac{v}{f_{\text{ém}}c}$$

$$t_4 - t_2 = t_3 - t_1 - \frac{v}{f_{\text{ém}}c}$$

$$t_4 - t_3 = t_2 - t_1 - \frac{v}{f_{\text{ém}}c}$$

$$\frac{1}{f_{\text{reç}}} = \frac{1}{f_{\text{ém}}} - \frac{v}{f_{\text{ém}}c}$$

$$\frac{f_{\text{ém}}}{f_{\text{reç}}} = 1 - \frac{v}{c}$$

   On retrouve bien la formule vue en cours.

Exercice 4 : Ouragan (QCM 2017)

L'effet du vent est d'accélérer les ondes allant dans le sens du vent, qui ont alors une célérité $c + v$ où $v = 50\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ est la vitesse du vent, et de ralentir les ondes allant dans l'autre sens, qui ont alors une vitesse $c - v$. Mais cela ne modifie pas la fréquence des ondes puisque l'émetteur et le récepteur ne sont pas en mouvement relatif : on s'attend à ce que la réponse soit la (a).

On peut le voir intuitivement de la manière suivante. Si un bus part du terminus toutes les trois minutes, un bus passera par votre arrêt toutes les trois minutes, peu importe la vitesse du bus. Mais on peut aussi reprendre les choses proprement, pas à pas, pour se convaincre du résultat. On se place dans le référentiel du vent, c'est-à-dire le référentiel où l'air est immobile (figure **4**). L'intérêt est que dans ce référentiel, on sait que la célérité des ondes est c.

On va prendre le formalisme de l'exercice précédent. On appelle t_1 et t_2 les temps d'émission respectifs de deux maxima successifs par la sirène. On fixe $t_1 = 0$ pour simplifier les calculs. On appelle t_3 et t_4 les temps respectifs de réception de ces deux maxima par l'observateur.

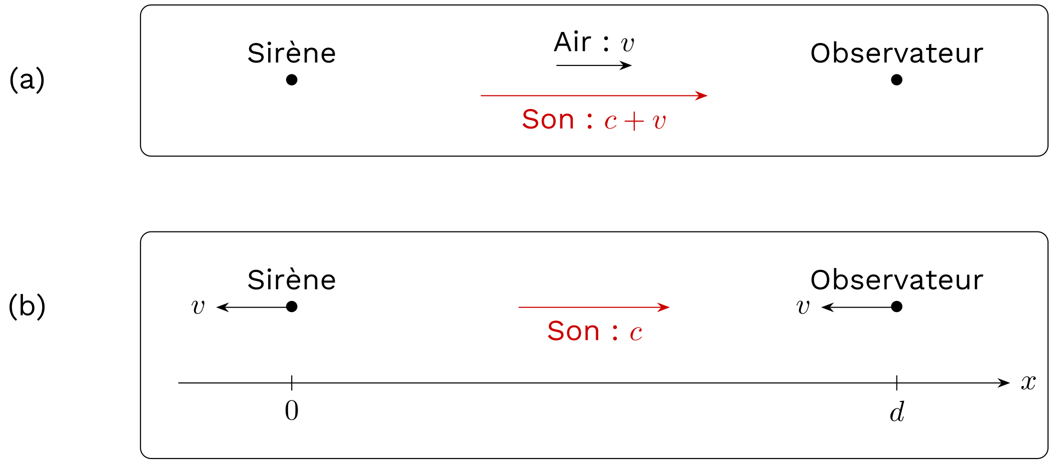

Figure 4 – (a) Référentiel terrestre : le vent y a une vitesse v, la sirène et l'observateur y sont immobiles. (b) Référentiel du vent : l'air y est immobile, la sirène et l'observateur y ont une vitesse $-v$. Les positions sur l'axe des abscisses sont celles des objets à l'instant $t_1 = 0$.

Soit $d = 1\ \mathrm{km}$ la distance entre l'observateur et la sirène, $f = 1100\ \mathrm{Hz}$ la fréquence émise, f' la fréquence perçue par l'observateur. Comme dans l'exercice précédent, on a :

$$t_2 = 1/f$$

$$t_4 - t_3 = 1/f'$$

Le premier maximum est émis à $t_1 = 0$ à la position $x = 0$. Son abscisse au cours du temps est $x(t) = ct$ (dans le référentiel du vent). L'abscisse de l'observateur dans ce référentiel est $x'(t) = d - vt$ (car le vent va de la sirène vers l'observateur, disons donc de la gauche vers la droite, donc dans le référentiel du vent, l'observateur va de la droite vers la gauche). t_3 vérifie $x(t_3) = x'(t_3)$, donc $t_3 = \dfrac{d}{v+c}$.

En t_2, un deuxième maximum est émis par la sirène, alors en position $-vt_2$, et se déplace à la vitesse c. Son abscisse vaut donc $x(t) = c(t - t_2) - vt_2$. L'abscisse de l'observateur vaut toujours $x'(t) = d - vt$. t_4 vérifie $x'(t_4) = x(t_4)$. On en déduit donc $t_4 = t_2 + \dfrac{d}{v+c}$. On trouve alors $t_4 - t_3 = t_2$, soit

$$f = f'.$$

La bonne réponse est bien la (a).

Exercice 5 : Tours de state

Traitons d'abord la question du nombre de fois où l'intervalle est balayé par seconde. L'intervalle est balayé quand la vitesse le long de l'axe source-observateur passe de $-v$ à $+v$ (avec v la vitesse de la source). Autrement dit, l'intervalle est balayé en un demi tour du cercle (voir figure **5**). Si la source va deux fois plus vite, ce demi-tour est fait deux fois plus vite, donc non pas une fois par seconde mais deux fois par seconde.

La fréquence perçue est d'autant plus différente de la fréquence émise que la vitesse de la source est importante (rappelez-vous, si $v \ll c$, $\Delta f/f \approx v/c$). Donc si v double, la longueur de l'intervalle de fréquences balayé est plus grande que celle de l'intervalle initial de 20Hz. Réponse (d).

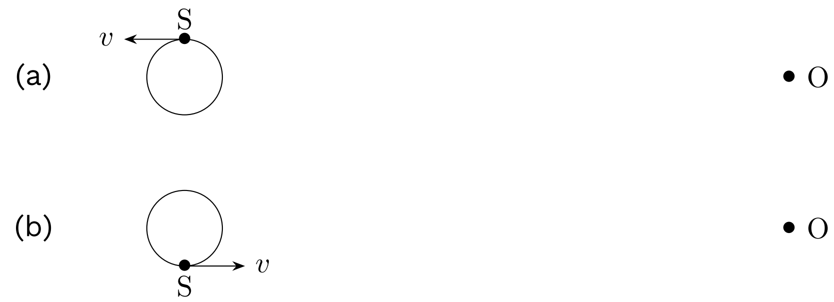

Figure 5 – (a) La source S lorsqu'elle s'éloigne le plus vite de l'observateur O. (b) La source S lorsqu'elle se rapproche le plus vite de l'observateur O.

3 Interférences

Exercice 6 : Modification des interférences (QCM 2019)

Les deux hauts parleurs produisent chacun une onde, qui interfèrent dans l'espace[1] et forment des zones d'intensité sonore élevée, les ventres, et des zones d'intensité sonore faible, les nœuds. On ne connait pas exactement la figure d'interférence, mais on peut raisonner avec des principes généraux.

Examinons chaque réponse possible une par une.

Modifier la fréquence f du signal modifierait la longueur d'onde λ du son émis, puisque celle-ci est fixée par la relation de dispersion $\lambda = c/f$, où c est la célérité de l'onde. Comme modifier la longueur d'onde change la valeur de l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda$ en un point donné, cela modifie aussi la position des ventres et des nœuds, la réponse n'est donc pas (a).

Déplacer l'un des hauts parleurs modifie la différence de marche δ entre deux rayons atteignant un point donné, et modifie donc également l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda$, soit la position des ventres et des nœuds. La réponse n'est donc pas (b).

Modifier la tension du signal modifie l'amplitude des ondes émises par chaque haut-parleur, mais ne modifie pas l'ordre d'interférence. La position des ventres et des nœuds est donc inchangée : la bonne réponse est la réponse (c).

Finalement, remplacer l'air environnant par de l'hélium modifie la célérité du son c. Puisque la longueur d'onde λ est déterminée par la relation de dispersion $\lambda = c/f$, modifier c modifie λ et donc la position des ventres et des nœuds. La réponse n'est pas (d).

Exercice 7 : Problème de contraste (QCM 2025)

Une frange sombre est due à l'annulation de deux ondes d'amplitude égale se superposant en opposition de phase. Si l'une des ondes a une amplitude différente de l'autre, l'annulation ne pourra pas se faire exactement : les franges sombres ne seront pas exactement dénuées de lumière.

Ainsi, quand on réduit l'intensité de la lumière sortant d'une des fentes d'Young en l'opacifiant partiellement, on fait interférer deux ondes d'amplitudes différentes, qui produiront donc des franges sombres plus claires que sans opacification. On dit que le contraste et réduit, et la réponse est donc (c).

Quant aux ondes brillantes, elles s'assombrissent simplement puisque moins de luminosité totale sort des fentes lorsqu'une d'entre elles est opacifiée.

1. Notons que l'énoncé justifie que les ondes produites soient cohérentes entre elles en précisant que les deux hauts parleurs sont alimentés par le même générateur.

Exercice 8 : Fentes d'Young avec deux couleurs

Soient $\lambda_1 = 560\ \mathrm{nm}$ et λ_2 la longueur d'onde inconnue. Par synthèse additive, ces longueurs d'ondes interfèrent indépendamment l'une de l'autre : on peut considérer la figure d'interférence produitent par λ_2 et calculer la position de ses franges brillantes et sombres puis faire la même chose pour λ_2 séparément (figure **6**).

Par définition de l'ordre d'interférence, la frange brillante d'ordre 10 pour λ_1 a une différence de marche $\delta = 10\lambda_1$. Attention, le compte des franges brillantes commence à 0.

Ce qu'on appelle la « frange sombre d'ordre 9 » est la neuvième frange sombre en partant de $\delta = 0$. Pour λ_2, elle correspond donc à une différence de marche $\delta = (9 - 0{,}5)\lambda_2$.

Comme les deux franges coïncident, elles ont la même différence de marche : $10\lambda_1 = 8{,}5\lambda_2$, donc $\lambda_2 = 659\ \mathrm{nm}$.

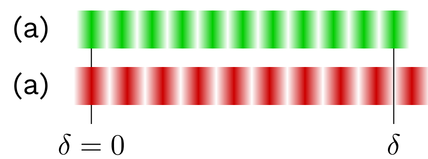

Figure 6 – (a) Franges d'interférences à λ_1. (b) Franges d'interférences à λ_2.

4 Ondes stationnaires

Exercice 9 : Stereo (QCM 2023)

Il y a deux façons de procéder : soit en considérant l'exercice comme un problème d'interférences quelconque, soit en procédant par élimination. Commençons par la première méthode, qui demande donc de calculer la différence de marche.

La différence de marche au point M d'abscisse x vaut :

$$\delta(x) = \mathrm{O_1M} - \mathrm{O_2M}\,;$$

avec $\mathrm{O_1}$ et $\mathrm{O_2}$ les points correspondant respectivement aux haut-parleurs de gauche et de droite (voir figure **7**). Ainsi,

$$\delta(x) = \left(x + \frac{L}{2}\right) - \left(-x + \frac{L}{2}\right)\,;$$

soit

$$\delta(x) = 2x.$$

Les minima d'amplitude correspondent à des nœuds, donc à des interférences destructives. Ainsi, en x_{m}, on doit avoir :

$$\delta(x_m) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \text{ pour } m \in \mathbb{Z}\,;$$

donc

$$x_{\mathrm{m}} = \frac{(2m+1)\lambda}{4}.$$

La bonne réponse est donc la réponse (a).

L'autre manière d'arriver à la réponse, c'était par élimination : en effet, on sait que pour des ondes stationnaires, deux nœuds successifs sont séparés d'une demi longueur d'onde. La réponse (a) était la seule à vérifier cette condition.

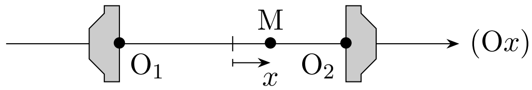

Figure 7 – Définition des points O_1, O_2 et M.

Exercice 10 : Flute

1. Lorsque le trou est bouché, on retrouve la flute étudiée dans le cours : les longueurs d'ondes λ de ses modes propres vérifient $L = m\lambda/2 + \lambda/4$ pour $m \in \mathbb{N}$.

   Lorsque le trou est débouché, on force la présence d'un ventre le long de la flute, à la position du trou x. On a donc effectivement réduit la longueur de la flute à x, de sorte que les longueurs d'ondes de ses modes propres vérifient $x = m\lambda/2 + \lambda/4$ pour $m \in \mathbb{N}$ (voir figure **8**).

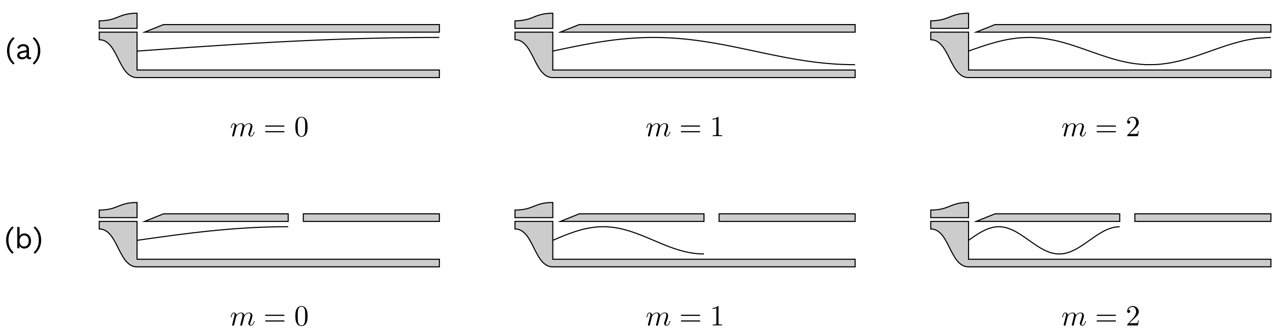

Figure 8 – (a) Modes propres lorsque le trou est bouché. (b) Modes propres lorsque le trou est débouché.

2. Le mode propre qui détermine principalement la fréquence du son émis est le fondamental, dont la fréquence f_0 est la plus faible des fréquences propres. Cela correspond à la longueur d'onde λ_0 la plus grande des longueurs d'onde des modes propres, ou encore à $m = 0$. Quand le trou est bouché, on trouve donc $L = \lambda_0/4$, et quand il est débouché $x = \lambda_0'/4$.

   Par la relation de dispersion $f = c/\lambda$, on trouve les fréquences correspondantes $f_0 = c/4L$ et $f_0' = c/4x$. Comme $x < L$, on a $f_0' > f_0$: le son émis est plus aigu lorsque le trou est débouché.

5 Battements

Exercice 11 : Fréquence des battements

1. Il s'agit d'une manipulation purement mathématique. Son seul intérêt est de se familiariser avec les formules trigonométriques d'addition, mais on pourra en retenir une leçon plus générale lors de la résolution d'un exercice : il faut toujours garder en tête son but.

Ici, on sait qu'on veut transformer la somme $\sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)$ en produit : on a donc envie d'utiliser deux fois la formule d'addition pour $\sin(x+y)$, une fois avec x et y tels que $x + y = 2\pi f_1$ et une fois avec x' et y' tels que $x' + y' = 2\pi f_2 t$. Mais comment choisir x, y, x' et y' ?
L'astuce est de se rappeler qu'on ne veut garder d'un terme produit en $\cos \times \sin$ à la fin, alors que chaque formule d'addition en donne deux : on veut donc que certains de ces termes se compensent. On peut arriver à ce but en choisissant $x' = x$ et $y' = -y$, de telle sorte que $\sin(x+y)+\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y)+\cos(x)\sin(y)+\sin(x)\cos(y)-\cos(x)\sin(y) = 2\sin(x)\cos(y)$.
Il reste à trouver x et y tels que $x + y = 2\pi f_1 t$ et $x - y = 2\pi f_2 t$. C'est un système linéaire à deux équations pour deux inconnues, dont la solution est $x = \pi(f_1 + f_2)t$ et $y = \pi(f_1 - f_2)t$.
On conclut donc : $u_1(1) + u_2(t) = 2A\sin(\pi(f_1 + f_2)t)\cos(\pi(f_1 - f_2)t)$.

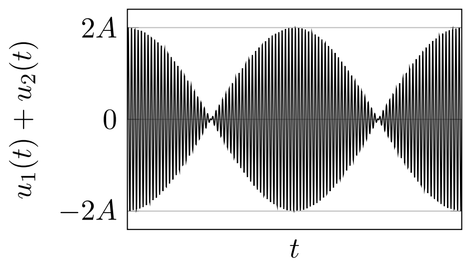

Figure 9 – Battements lorsque la différence des fréquences est bien plus faible que chacune des deux fréquences originales : $|f_1 - f_2| \ll f_1$.

2. Les battements prennent la forme d'une porteuse modulée par une enveloppe (figure **9**), d'amplitude $A(t) = 2A|\cos(\pi(f_1 - f_2)t)|$ (tracée en figure **10**). Si les deux signaux qui se superposent sont des ondes sonores, par exemple, la hauteur entendue correspond à la fréquence de la porteuse, $(f_1 + f_2)/2$, et l'intensité sonore change dans le temps entre des maxima, quand $A(t) = 2A$, et des minima, quand $A(t) = 0$. La période $T_{\text{battements}}$ des battements est donc la durée entre deux maxima d'intensité successifs, soit $T_{\text{battements}} = 1/|f_1 - f_2|$ et une fréquence correspondante $f_{\text{battements}} = 1/T_{\text{battements}} = |f_1 - f_2|$.

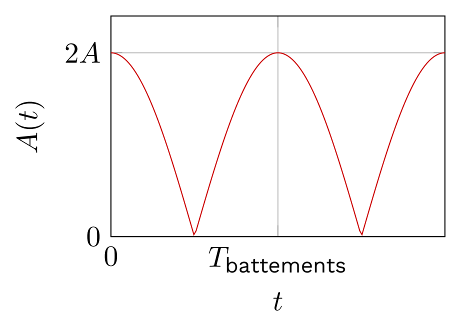

Figure 10 – Amplitude perçue des battements au cours du temps.

Exercice 12 : Chef d'orchestre (QCM 2015)

La fréquence des battements dues à deux ondes de fréquences respectives f_1 et f_2 vaut $|f_2 - f_1|$. L'énoncé donne $f_1 = 439$ Hz et $f_2 = 443$ Hz, d'où $|f_2 - f_1| = 4$ Hz : la bonne réponse est donc (d).

Exercice 13 : Train (QCM 2016)

La fréquence des battements entre deux ondes de fréquences f_1 et f_2 vaut $|f_2 - f_1|$, et celle de la porteuse est la moyenne entre f_1 et f_2, c'est-à-dire $(f_1 + f_2)/2$.

Ici, une des ondes est l'onde émise par l'émetteur, donc $f_1 = f$, et l'autre onde, réfléchie par le train, voit sa fréquence modifiée par effet Doppler (voir figure **11**).

Le changement de fréquence Doppler résulte de deux processus successifs : d'abord, l'onde émise est « observée » par le train, qui agit comme un récepteur mobile et perçoit donc une fréquence $f' = f(1 + v/c)$, puis l'onde est réémise par le train, qui agit donc comme un émetteur mobile en envoyant la fréquence f'. Cette fréquence est mesurée par le récepteur fixe comme valant $f_2 = f'/(1 - v/c)$. On applique l'approximation habituelle $1/(1 - v/c) \approx 1 + v/c$, ce qui donne $f_2 = f'(1 + v/c) = f(1 + v/c)^2$.

On utilise alors l'approximation $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ lorsque $\varepsilon \ll 1$ en posant $n = 2$ et $\varepsilon = v/c$, pour obtenir finalement $f_2 \approx f + 2fv/c$.

La fréquence des battements est donc $|f_2 - f_1| \approx 2fv/c$ et la fréquence de la porteuse vaut $(f_1 + f_2)/2 \approx f + fv/c > f$. La bonne réponse est ainsi la (a).

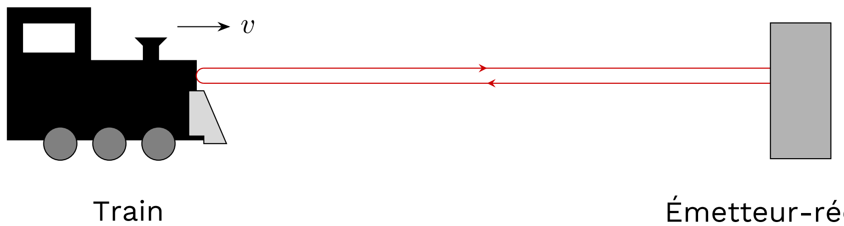

Figure 11 – Le train en mouvement reflète les ondes sonores émises par l'émetteur-récepteur.

6 Diffraction

Exercice 14 : Diffraction subaquatique ? (QCM 2017)

Appelons f la fréquence du laser. La longueur d'onde correspondante vaut donc $\lambda = c/f$, où c est la célérité de la lumière dans le milieu où se propage le faisceau. Par définition de l'indice optique, $c = c_0/n$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide et n l'indice optique du milieu.

On peut caractériser la largeur de la figure de diffraction par exemple en mesurant la position angulaire θ_1 de la première tache sombre. On sait que $\theta_1 \approx \lambda/e$, où e est la largeur de la fente.

En mettant toutes ces formules ensemble, on trouve $\theta_1 \approx c_0/nfe$. Comme $n_{\text{eau}} \approx 1{,}33 > n_{\text{air}} \approx 1$ et que tous les autres paramètres sont fixés, on a $(\theta_1)_{\text{eau}} < (\theta_1)_{\text{air}}$: la figure de diffraction est donc plus large dans l'air que dans l'eau. La bonne réponse est (b).

Exercice 15 : Diffraction par un objet inconnu (QCM 2021)

Une figure de diffraction respecte les symétries de l'objet diffractant. Ici, on voit que la figure a les mêmes symétries d'un hexagone : la réponse est donc (c).

Par exemple, la figure est inchangée si on la tourne d'un sixième de tour, comme un hexagone, mais ce n'est le cas ni d'un triangle, ni d'une étoile, ni d'un octogone.

Exercice 16 : Distance entre fente et écran (QCM 2024)

L'image donnée dans l'énoncé montre la figure de diffraction due au passage de la lumière du laser dans la fente, dont on notera $e = 1{,}0\ \mathrm{mm}$ la largeur.

On sait caractériser la taille d'une figure de diffraction : en effet, l'angle de la première frange sombre par rapport à la direction d'incidence du laser vaut $\theta_1 \approx \lambda/e$ en radians, où $\lambda = \lambda_{\text{rouge}} \approx 650\ \mathrm{nm}$. Ce qu'il reste à faire, c'est traduire cet angle en distances sur l'écran : alors, on pourra exploiter la figure. Cette conversion fera intervenir la distance D entre la fente et l'écran : en comparant nos prédictions à la figure observée, on pourra donc en déduire D.

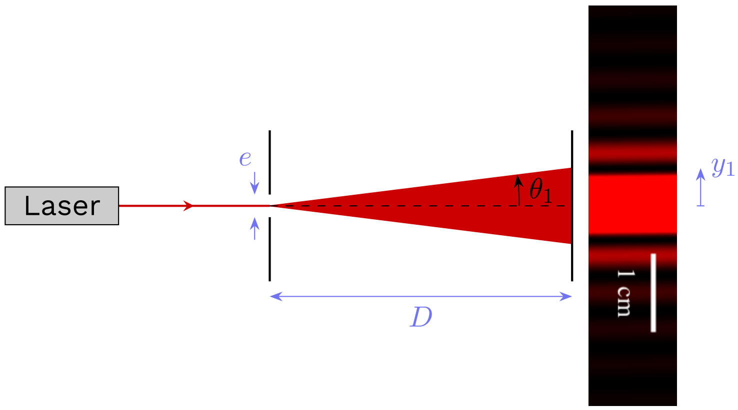

Figure 12 – Schéma de la diffraction d'un laser par une fente.

Sur la figure **12**, on voit que la distance entre le centre de la tâche lumineuse centrale et le centre de la première tâche sombre vaut $y_1 = D \tan(\theta_1)$. En utilisant l'approximation des petits angles, on trouve $y_1 \approx D\lambda/e$. Avec une règle, on peut facilement mesurer $2y_1$, la distance entre les deux tâches sombres proches du centre (mesurer directement y_1 est moins simple car il n'est pas évident de placer le centre de la tâche lumineuse centrale). On mesure grossièrement $2y_1 \approx 1\ \mathrm{cm}$, d'où on déduit $D \approx (2y_1)e/2\lambda \approx 8\ \mathrm{m}$. La bonne réponse est donc la (c).